

Jacek TKACZ, Marian ADAMSKI

UNIwersytet Zielonogórski, Wydział Elektrotechniki, Informatyki i Telekomunikacji, Instytut Informatyki i Elektroniki, ul. Podgórna 50, 65-246, Zielona Góra

Analiza tablic decyzyjnych z wykorzystaniem monotonicznego rachunku sekwentów Gentzena

Dr inż. Jacek TKACZ

Absolwent Uniwersytetu Zielonogórskiego. Od 2009 roku pracownik zatrudniony na stanowisku adiunkta w Zakładzie Inżynierii Komputerowej. Prowadzi badania nad symboliczną metodą dowodzenia twierdzeń i jej praktycznymi zastosowaniami w informatyce oraz elektronice. Interesuje się nowoczesnymi technologiami projektowania i wytwarzania aplikacji, w tym aplikacji mobilnych. W latach 1997-2005 zajmował się projektowaniem i rozwojem oprogramowania dla polskich bibliotek (PROLIB).



e-mail: J.Tkacz@iie.uz.zgora.pl

Prof. dr hab. inż. Marian ADAMSKI

Profesor zwyczajny. Dyrektor Instytutu Informatyki i Elektroniki Uniwersytetu Zielonogórskiego. Zainteresowania badawcze obejmują projektowanie systemów cyfrowych realizowanych w postaci mikrosystemów cyfrowych oraz formalnych metod programowania sterowników logicznych. Członek IEEE, IEE, ACM, Polskiego Towarzystwa Elektrotechniki Teoretycznej i Stosowanej oraz Polskiego Towarzystwa Informatycznego.



e-mail: M.Adamski@iie.uz.zgora.pl

Streszczenie

W artykule przedstawiono nowatorski sposób analizy systemów regulowanych z wykorzystaniem symbolicznego wnioskowania w monotonicznym logice sekwentów Gentzena. Badany system dyskretny jest opisywany w postaci tablicy decyzyjnej. Celem analizy systemu jest usunięcie zbędnych kolumn w tablicy decyzyjnej oraz nieistotnych symboli zmiennych logicznych w jej poszczególnych wierszach. Efektywny aparat wnioskowania w logice formalnej umożliwia sprawne wyznaczanie transwersal krawędzi hipergrafu rozróżnialności.

Słowa kluczowe: tablice decyzyjne, automatyczne dowodzenie twierdzeń, rachunek sekwentów Gentzena.

Decision table analysis using Gentzen monotone sequent calculus system

Abstract

The paper presents a new methodology for symbolic reduction of multi-valued decision tables, currently intensively used for compact behavioral specifications of logic controllers. As an example the well known problem of simplification of a set of several logic rules with many variables is chosen. As a completely new, original solution, the formal automated reasoning based on Gentzen propositional calculus together with hypergraph theory are jointly used. The clique-transversal symbolic calculation is performed by means of effective reasoning in Gentzen calculus.

Keywords: decision tables, hypergraph, transversal, Gentzen, automated reasoning.

1. Wprowadzenie

W artykule przedstawiono sposób redukcji tablic decyzyjnych z wykorzystaniem systemu komputerowego dowodzenia twierdzeń w zdaniowym rachunku Gentzena [1, 2]. Jako przykład o charakterze ilustracyjnym zaczerpnięto tablicę decyzyjną z książki [3], ze względu na zamieszczoną w niej uporządkowaną terminologię dotyczącą tablic decyzyjnych oraz systematyczny opis poszczególnych kroków ich redukcji. Zapropionowany sposób otrzymywania symbolicznej postaci uproszczonych reguł decyzyjnych połączony jest z wnioskowaniem formalną metodą komputerową oraz z dowodem ich gwarantowanej poprawności logicznej.

Analiza drzew dowodów przeprowadzanych w monotonicznym rachunku Gentzena [4, 5] wskazuje na to, że akceptowalne rozwiązania uzyskiwane są już w początkowej fazie komputerowego wnioskowania. Spośród wyników uzyskanych za pośrednictwem komputerowego systemu wnioskującego wybiera się jedno z najwcześniej uzyskanych, korzystnych rozwiązań. W razie konieczności analizuje się również następne kolejno otrzymywane dokładne rozwiązania, wybierając spośród nich optymalne. Jednym z istotnych, zaaprobowanych kryteriów wyboru wyniku jest łączna liczba niezbędnych zmiennych decyzyjnych.

Wnioskowanie gentzenowskie pozwala usprawniać proces redukcji tablic decyzyjnych poprzez wprowadzenie uprzednio sprecyzowanych elementów heurystyki, a nawet intuicji [5, 6]. Warto zwrócić uwagę na to, że drzewo dowodu jest na bieżąco redukowane (obcinane) metodą Thelena, co w znaczący sposób zmniejsza jego pełne rozmiary [7].

Inspiracją badań jest pełniejsza integracja metod komputerowego wnioskowania z metodami syntezy logicznej [8, 9]. Figury (reguły) wnioskowania Gentzena etykietujące wraz podsekwentami stopniowo uzyskiwane wierzchołki drzewa wnioskowania świadczą o formalnej poprawności przekształceń monotonicznych wyrażeń logicznych. Zaletą ich stosowania jest wielomianowa złożoność obliczeniowa dla większości przypadków praktycznych [2, 6], podobnie jak w przypadku bezpośredniego wykorzystywania dualizacji funkcji monotonicznych [9].

Po niewielkich modyfikacjach opisane formalne procedury wnioskowania mogą być zastosowane do analizy danych w obszarach syntezy logicznej i sztucznej inteligencji. Rezultaty otrzymywane w sposób symboliczny mogą służyć do weryfikacji poprawności wyników różnorodnych programów heurystycznych.

2. Monotoniczny rachunek sekwentów

Monotoniczny rachunek sekwentów [4] jest podzbiorem ogólniejszego zdaniowego rachunku opisanego między innymi w pracach [1, 7, 10]. W przykładowym sekwencie (1) formuły $A_1..A_m$ oraz $B_1..B_n$ reprezentują monotoniczne funkcje logiczne.

$$A_1, A_2, \dots, A_m \vdash B_1, B_2, \dots, B_n \quad (1)$$

W odróżnieniu od prac [4, 11] rozpatruje się zarówno ogólną postać sekwentu $\Gamma \vdash A$ jak i sekwenty z pustą lewą $\vdash A$ lub prawą $\Gamma \vdash$ stroną. W przypadku ogólnym, formułami w sekwentach są koniunkcje i dysjunkcje formuł monotonicznych. Ponieważ w dalszej części pracy rozpatrywane są dysjunkcje i koniunkcje formuł atomowych, stąd we wnioskowaniu komputerowym zastosowane będą tylko reguły: lewo i prawostronnej eliminacji spójników koniunkcji i dysjunkcji. W unarnym rachunku sekwentów, wykorzystanym w pracy przyjmuje się, że w formułach logicznych w ramach tego samego sekwentu nie występują równocześnie te same literały, przedstawiane w postaci afirmacji i negacji.

Definicja

Sekwentem dualnym w stosunku do monotonicznego sekwentu $A_1, A_2, \dots, A_m \vdash Y$ jest sekwent $Y \vdash A_1, A_2, \dots, A_m$, czyli $Y \vdash A_1 + A_2 + \dots + A_m$

Sekwentem dualnym w stosunku do monotonicznego sekwentu $Y \vdash A_1, A_2, \dots, A_m$ jest sekwent $A_1, A_2, \dots, A_m \vdash Y$, czyli $A_1 * A_2 * \dots * A_m \vdash Y$

Twierdzenie 1

Przekształcenie monotonicznej funkcji logicznej w postaci koniunkcyjnej (CNF) $Y = A_1 * A_2 * \dots * A_n$ na dysjunkcyjną (DNF) może być przeprowadzane poprzez redukcję sekwentu $A_1, A_2, \dots, A_m \vdash Y$ do postaci normalnej.

Twierdzenie 2

Przekształcenie monotonicznej funkcji logicznej przedstawionej w postaci dysjunkcyjnej (DNF) $Y=A_1+A_2+...A_n$ na postać koniunkcyjną (CNF) może być przeprowadzana poprzez redukcję sekwentu $Y|A_1, A_2, ..., A_n$ do postaci normalnej.

Dowody twierdzeń 1 i 2 można przeprowadzić na podstawie rozważań zamieszczonych w książce [10], dotyczących przekształcania symbolicznych wyrażeń logicznych z DNF do CNF lub odwrotnie.

Dyskusję na temat złożoności obliczeniowej procesu dualizacji monotonicznej funkcji logicznej i jej związku z przekształcaniem formuł z postaci CNF na DNF lub odwrotnie, można znaleźć między innymi w pracy [2]. Sposób przekształcania dowolnych wyrażeń logicznych do postaci koniunkcyjnej lub dysjunkcyjnej z wykorzystaniem sekwentów i wraz z formalnym uzasadnieniem został przedstawiony w pracy [10].

Opis systemu komputerowego wnioskowania w klasycznym, zdaniowym rachunku sekwentów można znaleźć w pracy doktorskiej [7]. Przykład wykorzystania rachunku monotonicznego (unarnego) do analizy binarnych tablic decyzyjnych przedstawiono w artykule [5]. Liniowy rachunek sekwentów Gentzena oraz wnikliwą ocenę jego przydatności zawiera książka [12].

3. Wyznaczanie sekwentów rozróżnialności tablicy decyzyjnej

Jako przykład rozpatrywana jest tablica decyzyjna (Tab. 1), którą odnaleźć można między innymi w pracach [3,8], opisująca wielowartościową funkcję logiczną $e = f(a, b, ..., d)$.

Tab. 1. Przykładowa tablica decyzyjna
Tab. 1. Example of decision table

U	A	b	c	d	e
1	a1	b0	c0	d1	e1
2	a1	b0	c0	d0	e1
3	a0	b0	c0	d0	e0
4	a1	b1	c0	d1	e0
5	a1	b1	c0	d2	e2
6	a2	b2	c0	d2	e2
7	a2	b2	c2	d2	e2

Zmienna e przyjmuje wartości $\{e_0, e_1, e_2\}$. Argumenty a, b, c, d funkcji e należą odpowiednio do zbiorów $\{a_0, a_1, a_2\}$, $\{b_0, b_1, b_2\}$, $\{c_0, c_2\}$, $\{d_0, d_1, d_2\}$. W przykładowej tablicy decyzyjnej obiekty U należą do klas rozróżnialności $\{U_1, U_2\}$, $\{U_3, U_4\}$, $\{U_5, U_6, U_7\}$, wskazywanymi tymi samymi wartościami zmiennej e . Sekwent rozróżnialności dla wszystkich obiektów U , przedstawiony już w postaci dualnej jest następujący:

$$(a + d), b, (b + d), (a + b + d), \\ (a + b + c + d), a, d \mid -e_1, e_0, e_2 \quad (2)$$

Po jego normalizacji otrzymuje się (3):

$$a, b, d \mid -e_1, e_0, e_2 \quad (3)$$

Argumenty (zmienne decyzyjne) a, b, d są niezbędne w tablicy decyzyjnej, natomiast zmienna c może być z niej usunięta. Niezbędnymi argumentami dla klasy e_0 , obliczonymi na podstawie sekwentów są: $\{a\}$ oraz $\{b, d\}$, ponieważ:

$$(a + b + d), (a + b + c + d), (a + d), a \mid -U_3 \\ d, (a + b + d), (a + b + c + d), b, (b + d) \mid -U_4 \quad (4)$$

Łącząc lewostronnie sekwentu wynikowe, zgodnie z figurami wnioskowania otrzymuje się:

$$a + (b * d) \mid -U_3, U_4 \quad (5)$$

Niezbędne argumenty dla klas e_1 i e_2 oblicza się w analogiczny sposób. Po uporządkowaniu oraz wprowadzeniu spójników logicznych można potwierdzić, że otrzymane wyniki (6) są zgodne z zamieszczonymi w pracy [3]:

$$a_1 * b_1 \mid -e_1 \\ a_0 + (b_1 * d_1) \mid -e_0 \\ d_2 \mid -e_2 \quad (6)$$

4. Wnioski

W artykule przedstawiono nowy sposób analizy systemów decyzyjnych z wykorzystaniem symbolicznego wnioskowania w logice sekwentów Gentzena. Zakłada się, że badany system dyskretny przedstawiony jest w postaci tablicy decyzyjnej lub reguł decyzyjnych w formacie zainicjowanym przez Z. Pawlaka i wykorzystywanym w licznych publikacjach z obszaru sztucznej inteligencji. [14] lub syntezy logicznej [6, 8, 9, 18]. Jednym z elementów nowatorskich pracy jest propozycja analizy przestrzeni stanów dyskretnych systemów tranzycyjnych, z wykorzystaniem monotonicznego lub unarnego rachunku sekwentów Gentzena. Przedstawiony aparat wnioskowania w logice formalnej pozwala na wyznaczanie transversal w hipergrafach, a co za tym idzie sprawne zredukowanie zbędnych kolumn w tablicy decyzyjnej oraz usunięcie nadmiarowych symboli zmiennych logicznych w jej poszczególnych wierszach. W proponowanej metodzie hiperkrawędzie reprezentują poszczególne wiersze, a wybrane transversale odpowiadają niezbędnym kolumnom tablicy decyzyjnej.

Na podstawie konkretnego sposobu redukcji binarnej tablicy decyzyjnej, pokazano użyteczność pełniejszego zintegrowania metod syntezy logicznej z formalnymi metodami automatycznego wnioskowania metodą Gentzena. Zaletą proponowanej procedury jest możliwość otrzymania pełnego zbioru akceptowalnych rezultatów wraz z ich komputerowym dowodem poprawności w logice sekwentów.

5. Literatura

- [1] Adamski M., Projektowanie układów cyfrowych systematyczną metodą strukturalną. Monografie Nr 49. Wydawnictwo Wyższej Szkoły Inżynierskiej w Zielonej Górze, 1990
- [2] Eiter T., Gottlob G., and Makino K., New results on monotone dualization and generating hypergraph transversals. Proc. of the 32th ACM Symp. STOC 2002, 14-22
- [3] Łuba T., Ojrzeńska-Wójter D., Układy logiczne w zadaniach, Oficyna Wydaw. Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 2011
- [4] Atserias A., Galesi N., and Pudlák P., Monotone simulations of non-monotone proofs. J. Comput. Syst. Sci. 65, 4, (2002), 626-638
- [5] Adamski M., Tkacz J., Wrzesińska B., Redukcja binarnych tablic decyzyjnych z wykorzystaniem automatycznego wnioskowania, Metody Inf. Stosowanej, (2009), nr 2, 3-17
- [6] Borowik G., Łuba T., and Zydek D. Features reduction using logic minimization techniques. Intl Journal of Electronics and Telecommunications, (2012), Vol. 58 No. 1, 71-76
- [7] Tkacz J., Projektowanie układów sterowania binarnego wspomagane automatycznym wnioskowaniem Gentzena, Rozprawa doktorska. Uniwersytet Zielonogórski, WEiT, Zielona Góra, 2008
- [8] Łuba T., Synteza układów logicznych, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 2005
- [9] Borowik G., Łuba T., Attribute Reduction Based on the Complementation of Boolean Functions. ACASE'12, Sidney, 2012, 58-59
- [10] Gallier J.H., Logic for computer science, Foundations of Automatic Theorem Proving. Harper & Row, 1986
- [11] Bilkova M., Monotone sequents calculus and resolution, Comment.Math.Univ.Carolinae, 42,3, (2001), 575-582
- [12] D'Agostino M., Gabbay D. M., Hahnle R. and Posegga J., Handbook of tableau methods, Kluwer Academic Public, 1999