

Marian ADAMSKI, Monika WIŚNIEWSKA

UNIwersytet Zielonogórski, Instytut Informatyki i Elektroniki

Dekompozycja równoległa automatów współbieżnych z wykorzystaniem hipergrafów

Prof. dr hab. inż. Marian ADAMSKI

Profesor zwyczajny, dyrektor Instytutu Informatyki i Elektroniki Uniwersytetu Zielonogórskiego. Zainteresowania badawcze obejmują projektowanie systemów cyfrowych realizowanych w postaci mikro-systemów cyfrowych oraz formalnych metod programowania sterowników logicznych. Członek IEEE, IEE, ACM, Polskiego Towarzystwa Elektrotechniki Teoretycznej i Stosowanej oraz Polskiego Towarzystwa Informatycznego.



e-mail: M.Adamski@jic.uz.zgora.pl

Mgr inż. Monika WIŚNIEWSKA

Ukończyła studia na Wydziale Elektrycznym Uniwersytetu Zielonogórskiego, o specjalności Inżynieria Komputerowa. Obroniła pracę magisterską w 2003 r. Od 2003 r. jest słuchaczem studiów doktoranckich, specjalność informatyka. Jej zainteresowania naukowe to analiza systemów dyskretnych z wykorzystaniem hipergrafów.



e-mail: M.Wisniewska@weit.uz.zgora.pl

Streszczenie

Hipergrafy są dogodnym narzędziem matematycznym, umożliwiającym zwartą reprezentację relacji współbieżności lub relacji następstwa w przestrzeni stanów lokalnych cyfrowego automatu współbieżnego. Z tego względu zaproponowano ich wykorzystanie w projektowaniu rekonfigurowanego sterownika logicznego. Hipergraf pozwala w przejrzysty sposób opisywać nie tylko relację współbieżności między stanami lokalnymi, lecz także poglądowo przedstawia ich przynależność do tego samego stanu globalnego. Ułatwia to dekompozycję diagramu SFC lub równoważnej mu interpretowanej sieci Petriego sterowania, na moduły, na przykład szeregowo lub równoległe.

Słowa kluczowe: hipergraf, transversala, sieć Petriego, sterownik logiczny.

Usage of hypergraphs in decomposition of concurrent automata

Abstract

Hypergraphs are useful mathematical tools for compact representation of relations among local states in the state space of distributed, concurrent control automata (concurrent state machines). It seems that usage of hypergraphs here is more efficient and intuitive than traditional solutions. For this reason we propose their application during the design process of reconfigurable logic controllers. It makes possible to decompose SFC or related control interpreted Petri net into parallel or sequentially related modules.

Keywords: hypergraph, transversals, Petri Nets, logic controllers.

1. Wstęp

Wiele metod analizy systemów dyskretnych, stosowanych podczas analizy lub syntezy układów cyfrowych, wykorzystuje klasyczne grafy niekierowane [7]. W związku ze wzrostem skomplikowania układów cyfrowych konieczna jest modyfikacja już istniejących algorytmów, tak, aby abstrakcyjne modele w zwartej, intuicyjny sposób odzwierciedlały najistotniejsze cechy projektowanych struktur. Rozwiązaniem problemu może być zastosowanie hipergrafów, będących uogólnieniem grafów niekierowanych [5, 7, 8]. Wykorzystanie hipergrafów do przeprowadzania operacji stosowanych w technice cyfrowej, wydaje się intuicyjne, bardziej przejrzyste i efektywniejsze niż w przypadku klasycznych grafów.

W artykule przedstawiono sposób dekompozycji równoległej cyfrowych układów współbieżnych, opisanych z wykorzystaniem sieci Petriego przeprowadzanej za pośrednictwem dekompozycji hipergrafów. Celem dekompozycji jest podział rekonfigurowanego sterownika logicznego na współbieżne moduły, z których każdy może być optymalizowany i syntezyzowany z wykorzystaniem klasycznej teorii automatów cyfrowych. Sposób dekompozycji sieci Petriego z wykorzystaniem kolorowania grafu współbieżności lub wyszukiwania pokrycia klikami dopełnienia grafu współbieżności (a tym samym grafu niewspółbieżności, czyli grafu następstwa), jest już znany [4].

Opracowując nową metodę, wzięto pod uwagę fakt, że hipergraf współbieżności miejsc sieci Petriego oprócz informacji o relacji między każdą parą miejsc przekazuje dodatkowe dane o istniejących w nim klikach, odpowiadających wcześniej wyznaczonym stanom globalnym [10].

2. Podstawowe definicje

Aby opisać sposób zwartej reprezentacji przestrzeni stanów lokalnych automatu współbieżnego (współbieżnej maszyny stanów) za pomocą hipergrafu przedstawia się podstawowe pojęcia związane z sieciami Petriego [4, 6] oraz z hipergrafami [5, 7].

2.1. Sieć Petriego

Sieć Petriego jest dwudzielnym grafem skierowanym o dwóch rodzajach wierzchołków: miejscach i tranzycjach połączonych skierowanymi łukami, co w wygodny sposób pozwala opisywać zjawiska zachodzące współbieżnie. Miejsca przedstawiane są jako okręgi, tranzycje jako pogrubiony odcinek lub prostokąt, natomiast łuki jako krawędzie zakończone strzałkami. Sieć Petriego umożliwia opis i analizę systemów dyskretnych, charakteryzujących się asynchronicznością, niedeterminizmem, czy równoległością. Graf znakowań bezpiecznej (1-ograniczonej) sieci Petriego może być uważany za pośrednią, zwartą formę opisu systemu tranzycyjnego, będącego abstrakcyjnym modelem automatu współbieżnego [2]. Diagram funkcyjny SFC może być uważany za przemysłową wersję sieci Petriego sterowania [1, 6].

Teoria sieci Petriego jest przydatna podczas projektowania wymagającego stosowania metod formalnych, wspomagających badania własności modelowanych systemów dyskretnych [4, 10].

2.2. Hipergrafy

Hipergraf jest rozszerzeniem pojęcia grafu. Jego krawędzie, zwane hiperkrawędziami, mogą być incydentne do dowolnej liczby wierzchołków [5, 7, 8], podczas gdy w klasycznym grafie krawędzie mogą być incydentne maksymalnie do dwóch wierzchołków.

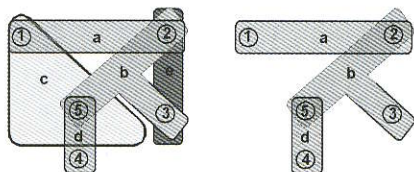
Hipergraf H definiuje dwójka $H = (V, E)$, gdzie V jest dowolnym, niepustym zbiorem wierzchołków, natomiast E jest zbiorem krawędzi, czyli podzbiorem zbioru wszystkich możliwych zbiorów, których elementy należą do V .

Transwersalą hipergrafu jest minimalna liczba hiperkrawędzi incydentnych do wszystkich wierzchołków hipergrafu. Transwersale wyznacza się, na przykład analizując istotne, dominujące oraz dominowane kolumny i wiersze macierzy incydencji hipergrafu [7].

Dopełnieniem hipergrafu H jest hipergraf $\bar{H}$, zawierający te same wierzchołki, co dany hipergraf H , natomiast pomiędzy wierzchołkami hipergrafu $\bar{H}$ istnieje hiperkrawędź wtedy i tylko wtedy, gdy pomiędzy tymi wierzchołkami nie istnieje hiperkra-

węzł w hipergrafie H. Hipergraf klikowy ma te same wierzchołki co odpowiadający mu klasyczny graf G, przy czym jego hiperkrawędzie odpowiadają klikom w grafie G. Rozpatrywany dalej hipergraf znakowań jest przykładem grafu klikowego.

Przykład transwersali hipergrafu przedstawiono na rys. 1. Hiperkrawędzie a, b, d pokrywają wszystkie wierzchołki $\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Hiperkrawędź a pokrywa wierzchołki 1 i 2, co zapisuje się jako $a = \{1, 2\}$. Podobnie $b = \{2, 3, 5\}$ oraz $d = \{4, 5\}$.



Rys. 1. Hipergraf oraz jego transwersala
Fig. 1. Hypergraph and its transversal

3. Idea proponowanej metody

Podstawowa metoda dekompozycji sterowników logicznych na moduły równoległe obejmuje następujące kroki:

1. Utworzenie makrosieci dla rozpatrywanej sieci Petriego.
2. Wyznaczenie grafu znakowań.
3. Określenie relacji współbieżności, a następnie niewspółbieżności między makromiejscami.
4. Wyznaczenie podsieci automatowych, pokrywających wszystkie makromiejsca makrosieci.
5. Zastąpienie makromiejsc odpowiednimi podzbiórami miejsc rozpatrywanej sieci.

Sposób przekształcania sieci na makrosieć oraz jej dekompozycji został zaproponowany przez Andre [6]. Jeden z jej wariantów [1] bazuje na klasycznej teorii grafów. Proponowana jest reprezentacja przestrzeni stanów za pomocą hipergrafu klikowego H, odpowiadającego grafowi współbieżności G. Dekompozycja sieci Petriego z wykorzystaniem proponowanej metody może zostać podzielona na następujące etapy:

1. Utworzenie makrosieci dla rozpatrywanej sieci Petriego.
2. Wyznaczenie hipergrafu znakowań.
3. Wyznaczenie dopełnienia hipergrafu znakowań.
4. Określenie transwersali dopełnienia hipergrafu znakowań.
5. Wyznaczenie poszczególnych podsieci automatowych.
6. Ewentualna redukcja miejsc pojawiających się równocześnie w kilku składnikach.

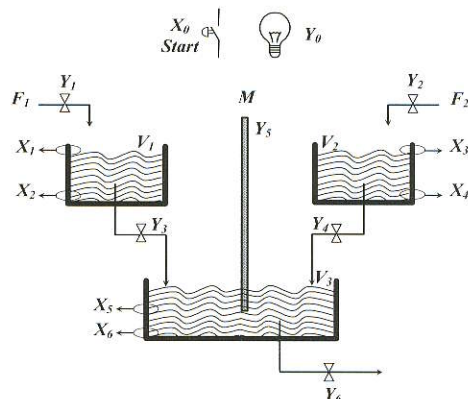
Opisana procedura jest równocześnie dogodnym narzędziem sprawdzania fizycznej realizowalności projektowanego automatu (cechowanie automatu współbieżnego) oraz przygotowuje dane do kodowania jego stanów globalnych [2, 3].

4. Przykład dekompozycji sieci Petriego z wykorzystaniem proponowanej metody

Aby przedstawić ideę projektowania rekonfigurowanego sterownika logicznego zaprezentowano sieć Petriego [1, 2, 4], na której podstawie zostaną pokazane zalety wykorzystania hipergrafów w dekompozycji równoległej. Inspiracją był podobny przykład specyfikacji w formie klasycznego grafu stanów [9].

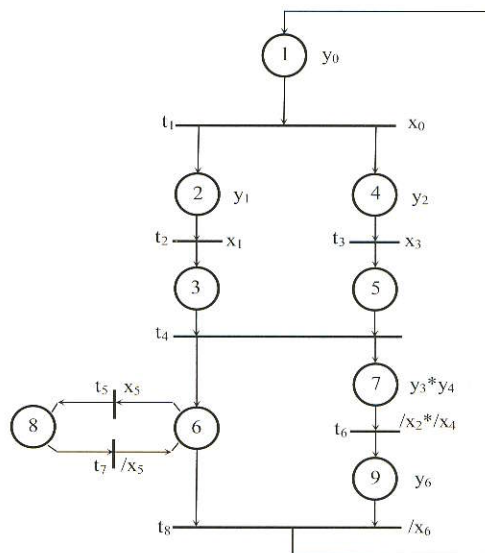
Zbiorniki V_1 i V_2 spełniają rolę dozowników objętościowych (rys. 2). Dozowniki są napełniane odpowiednio pompami F_1 i F_2 . Porcje składników zależą od położenia przesuwanych czujników poziomu X_1 i X_3 . Czujniki X_2 i X_4 sygnalizują stan opróżniania zbiorników dozujących odpowiednio V_1 i V_2 . Odmierzone porcje składników spływają do zbiornika V_3 , gdzie następuje proces mieszania. Czujnik poziomu X_6 sygnalizuje opróżnienie zbiornika V_3 . Nastawny czujnik poziomu X_5 decyduje o rozpoczęciu mieszania roztworu. Działanie wszystkich czujników jest następujące: sygnał X_i jest równy 0, gdy poziom cieczy jest poniżej poziomu zamocowania i-go czujnika, 1, gdy poziom cieczy jest powyżej poziomu zamocowania czujnika. Silniki pomp F_1 , F_2 sterowane są

sygnałami Y_1 , Y_2 . Silnik mieszadła (M) sterowany jest sygnałem Y_5 . Urządzenia te są włączone, gdy sygnały Y_1 , Y_2 , Y_5 są odpowiednio równe 1, wyłączone, gdy Y_1 , Y_2 , Y_5 są odpowiednio równe 0. Stan gotowości do rozpoczęcia nowego cyklu dozowania sygnalizowany jest lampką kontrolną ($Y_0 = 1$). Załączenie układu sterującego następuje po naciśnięciu przycisku niestabilizowanego START ($X_0 = 1$).



Rys. 2. Schemat sterownika logicznego
Fig. 2. Schema of logic controller

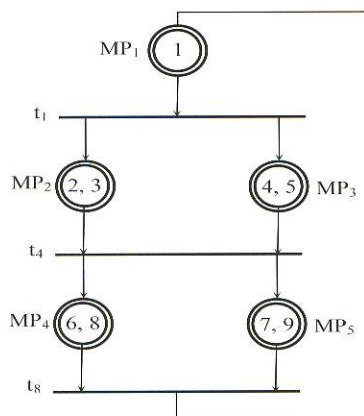
Sieć Petriego, opisująca układ sterowania procesem dozowania i mieszania dwu składników płynnych zamieszczono na rys. 3.



Rys. 3. Sieć Petriego sterowania
Fig. 3. Petri Net

Pierwszym krokiem, jaki należy wykonać to utworzenie makrosieci dla rozpatrywanej sieci Petriego z rys. 3. Na tym etapie należy wyznaczyć makrosieć, która jest skondensowaną wersją danej sieci Petriego, zachowującą jej podstawową strukturę i właściwości. Ma to na celu usunięcie z sieci tych fragmentów, które podczas procesu analizy nie wpłyną na jej ostateczny wynik, a ich obecność jedynie zwiększa czas procesu analizy. Utworzone makromoduły zawierają jedynie tranzycje wielowejściowe i wielowyjściowe oraz miejsca zastępujące jednoznakowe fragmenty sieci. Opisujące je makromiejsca są monoaktywne.

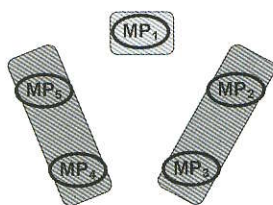
Na podstawie makrosieci przedstawionej na rys. 4 wyznaczony zostaje graf znakowań. Czynność ta polega na analizowaniu zmian oznakowania sieci w miarę realizacji (odpalania) gotowych tranzycji i zapisywaniu wszystkich możliwych stanów w formie grafu. Wierzchołki grafu zawierają zbiór miejsc oznakowanych w danym stanie, łuki odpowiadają odpalonym tranzycjom [1, 4, 9].



Rys. 4. Makrosieć dla sieci Petriego

Fig. 4. Macronet of Petri Net

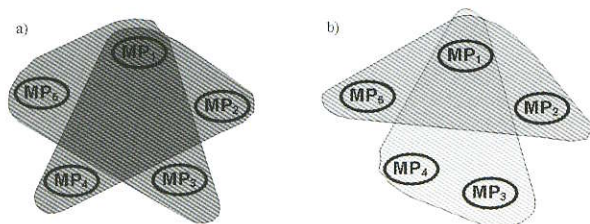
Warunkiem strukturalnej poprawności sieci jest fakt, że istnieje ścisła zależność między stanami globalnymi sieci (rys. 5), opisującymi przestrzeń stanów dyskretnego układu sterującego a klikami w grafie współbieżności. Stwierdzenie tego faktu wymagałoby pracochłonnego wyznaczania wszystkich klik w grafie niewspółbieżności i ich porównania z poszczególnymi składowymi określającymi stany globalne. Ponieważ przedstawienie przestrzeni stanów globalnych za pomocą hipergrafu zachowuje informację o wszystkich klikach występujących w grafie współbieżności, w tym również niemaksymalnych, tego rodzaju test jest oczywisty. W hipergrafie znakowań hiperkrawędzie określają zbiór miejsc oznakowanych w danym stanie, natomiast wierzchołki odpowiadają makromiejscom.



Rys. 5. Hipergraf znakowań dla makrosieci

Fig. 5. Reachability hypergraph of macronet

Na podstawie hipergrafu przedstawionego na rys. 5 w prosty sposób można określić jego dopełnienie. Hiperkrawędziami tego dopełnienia są: $a1 = \{MP_1, MP_2, MP_4\}$, $a2 = \{MP_1, MP_2, MP_5\}$, $a3 = \{MP_1, MP_3, MP_4\}$ oraz $a4 = \{MP_1, MP_3, MP_5\}$. Minimalne pokrycie krawędziowe dopełnienia hipergrafu znakowań stanowi więc szukane pokrycie makrosieci podsieciami typu automatowego. Dwie transversale dopełnienia hipergrafu współbieżności dla rozpatrywanego przykładu pokazano na rys. 6.



Rys. 6. Transversale dopełnienia hipergrafu

Fig. 6. Transversals of hypergraph complement

Rozpatrywana sieć Petriego może więc zostać zdekomponowana na dwie podsieci typu automatowego, przy czym istnieją dwa warianty poszukiwanego rozwiązania. Pierwsze pokrycie obejmuje makromiejsca $\{MP_1, MP_2, MP_4\}$ oraz $\{MP_1, MP_3, MP_5\}$

(rys. 6a). Drugie – rozwiązanie generuje podsieci $\{MP_1, MP_3, MP_4\}$ i $\{MP_1, MP_2, MP_5\}$ (rys. 6b). Warto tu zaznaczyć, że dekompozycję sieci Petriego można przeprowadzić w alternatywny sposób, kolorując w odpowiedni sposób hipergraf znakowań dla pełnej sieci Petriego (bez makromiejsc), lub posługując się zwartą makrosiecią.

W pracy [10] pokazano sposób dekompozycji sieci metodą kolorowania hipergrafu. Wcześniejsze sprawdzenie poprawności strukturalnej pozwala zastosowanie prostszej pod względem koncepcyjnym metody dekompozycji, polegającej na wyszukaniu transversali hipergrafu współbieżności.

5. Podsumowanie

W referacie przedstawiono sposób zwartej reprezentacji przestrzeni stanów lokalnych dla rekonfigurowanego sterownika logicznego, w oparciu o teorię hipergrafów.

Hipergraf pozwala w przejrzysty sposób opisywać zarówno relacje współbieżności między poszczególnymi stanami lokalnymi, jak i również ich przynależność do tego samego stanu globalnego skończonej maszyny stanów. Ułatwia to analizę programu funkcjonowania sterownika, który został przedstawiony w formie graficznej.

Wstępne badania przeprowadzone przez autorów potwierdzają skuteczność proponowanej metody. Hipergraf zachowuje informacje o wszystkich podgrafach pełnych (klikach), uzyskanych na podstawie grafu znakowań makrosieci. Dzięki temu efektywność wyznaczania transversali dopełnienia hipergrafu jest znacznie większa w porównaniu z metodą tradycyjną. Nie bez znaczenia jest wykorzystywanie uniwersalnych, sprawdzonych procedur obliczeniowych.

Praca naukowa finansowana ze środków Komitetu Badań Naukowych jako projekt badawczy (Grant Nr 4T11C 00624).

Pracę częściowo wykonano w ramach projektu badawczego finansowanego ze środków Zintegrowanego Programu Operacyjnego Rozwoju Regionalnego (Działanie 2.6: Regionalne strategie innowacyjne i transfer wiedzy) z udziałem Europejskiego Funduszu Społecznego.

6. Literatura

- [1] Adamski M., Chodań M.: Modelowanie układów sterowania dyskretnego z wykorzystaniem sieci SFC. Wydawnictwo Politechniki Zielonogórskiej, Zielona Góra, 2000.
- [2] Adamski M., Karatkievich A., Węgrzyn M. (ed.): Design of Embedded Control Systems. Springer Science (USA), 2005.
- [3] Bilinski K., Adamski M., Saul J.M., Dagless E.L.: Petri-net-based algorithms for parallel-controller synthesis. IEE Proceedings - Computers and Digital Techniques, 1994, Vol. 141, no 6, s. 405-412.
- [4] Banaszak Z., Kuś J., Adamski M.: Sieć Petriego. Modelowanie, sterowanie i synteza systemów dyskretnych, Wydawnictwo Wyższej Szkoły Inżynierskiej, Zielona Góra 1993.
- [5] Berge C.: Graphs and Hypergraph, North-Holland Mathematical Library, Amsterdam 1976.
- [6] David R., Alla H.: Petri Nets & Grafcet. Tools for modelling discrete event systems, Prentice Hall, New York, 1992.
- [7] De Micheli G.: Synteza i optymalizacja układów cyfrowych, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa 1998.
- [8] Łuba T.: Synteza układów logicznych, Wyższa Szkoła Informatyki Stosowanej i Zarządzania, Warszawa 2000.
- [9] Malysiak H. (red.): Układy przełączające w automatyce. WNT, Warszawa, 1986.
- [10] Wiśniewska M.: Wykorzystanie hipergrafów w dekompozycji sieci Petriego na podsieci typu automatowego, Materiały konferencyjne: VII Między-narodowe Warsztaty Doktoranckie OWD, Wisła, 2005, 81-84.