

Analiza złożoności obliczeniowej algorytmów identyfikacji liniowych procesów powtarzalnych metodami podprzestrzeni

Dominik Kujawa

Streszczenie: W artykule przedstawiono nowe podejście do identyfikacji procesów powtarzalnych metodami podprzestrzeni. Opracowano badania złożoności obliczeniowej nowych algorytmów. Rząd systemu i macierze nieznanego procesu (modelu 2D) są wyznaczone z sekwencji danych wejściowych i wyjściowych aktualnego pasa i sekwencji wyjściowej poprzedniego pasa. Procedura identyfikacji może być powtarzana dla kolejnych przejść. Obliczenia złożoności algorytmów mogą być użyteczne w wyborze szybkiego i wykorzystującego mniejsze zasoby algorytmu dla stacjonarnych liniowych procesów powtarzalnych, ale także dla procesów z wolno ewoluującą dynamiką lub procesów, których dynamika zmienia się skokowo z pasa na pas.

Słowa kluczowe: modele w przestrzeni stanów, metody podprzestrzeni, algorytmy identyfikacji, estymacja parametrów.

Keywords: state space models, subspace methods, identification algorithms, parameter estimation.

1. WSTĘP

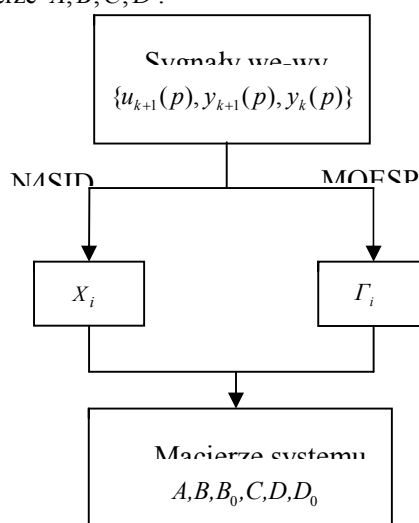
Analizując złożoność obliczeniową metod identyfikacji opartych na metodach błędu predykcji, dokonuje się oszacowania zasobów (np. pamięci, czasu, liczby procesorów) na iteracje, w których parametry wybranej struktury modelu są wyznaczone przy zastosowaniu metod optymalizacji nieliniowej tak, aby znaleźć najlepsze dopasowanie modelu do obserwowanych danych [7].

Algorytmy identyfikacji metodami podprzestrzeni zostały rozwinięte w ostatnich dwóch dekadach. Metody podprzestrzeni stanowią alternatywną klasę metod identyfikacji, które nie wykorzystują technik iteracyjnych, ale są oparte na narzędziach algebry liniowej. W metodach tych, modele systemów w przestrzeni stanów są wyznaczone z użyciem rozkładu QR i rozkładu według wartości szczególnych (SVD) oraz operacji geometrycznych takich jak rzutowanie ortogonalne i rzutowanie ukośne [3].

Złożoność obliczeniowa identyfikacji procesów powtarzalnych, zależy od rozmiaru macierzy przechowywujących informacje o zmiennej przestrzennej określającej pas lub przejście i zmiennej czasowej określającej pozycję na pasie, przy czym długość każdego pasa jest skończona [1].

Algorytmy podprzestrzeni składają się z dwóch kroków. W kroku pierwszym, z danych sygnałów wejściowo-wyjściowych, wyznaczany jest rząd

identyfikowanego systemu oraz sekwencja stanów X_i (algorytm N4SID) lub rozszerzona macierz obserwowalności systemu Γ_i (algorytm MOESP) rys. 1. W kroku drugim wyznaczane są macierze A, B, C, D .



Rys. 1. Algorytm N4SID wykorzystuje sekwencje stanów, algorytm MOESP wykorzystuje rozszerzoną macierz obserwowalności.

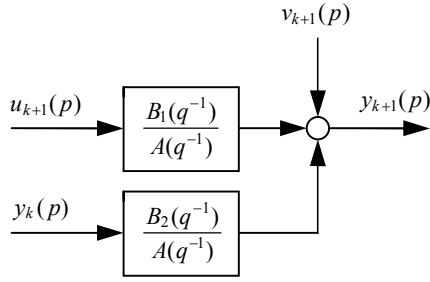
Algorytm identyfikacji metodą predykcji błędów znajdujący się w toolboxie matlaba [7] oraz zmodyfikowany algorytm N4SID zastosowano w celu wyznaczenia czasu potrzebnego do całościowej identyfikacji procesu powtarzalnego.

Algorytmy zainicjowano danymi pozyskanymi z symulatora procesów powtarzalnych. W referacie przedstawiono szacunkowe złożoności zmodyfikowanych algorytmów oraz czas realizacji procesów identyfikacji.

W rozdziale 2 przedstawiono wprowadzenie do identyfikacji dyskretnego systemu powtarzalnego. Problem złożoności obliczeniowej identyfikacji sformułowano i podano rozwiązania oparte na algorytmach podprzestrzeni w rozdziałach 3 i 4. W rozdziale 5 zaprezentowano wyniki symulacji. Wnioski, przedstawiono w rozdziale 6.

2. MODEL SYSTEMU POWTARZALNEGO I WŁAŚCIWOŚCI GEOMETRYCZNE SYSTEMU DETERMINISTYCZNEGO

Rys. 2 przedstawia model transmitancyjny dyskretnego systemu powtarzalnego. Do modelu dane pozyskiwane są z dwóch kolejnych pasów. Założono LRP jako system jednowymiarowy z dwoma sygnałami wejściowymi u_{k+1} i y_k i jednym wyjściowym y_{k+1} . Użycie modelu transmitancyjnego pozwala na dokładne obliczenie estymowanych parametrów.



Rys. 2. Model transmitancyjny dyskretnego systemu powtarzalnego.

Model liniowego dyskretnego systemu powtarzalnego określają następujące zależności:

$$x_{k+1}(p+1) = Ax_{k+1}(p) + B_0 y_k(p) + Bu_{k+1}(p) \quad (1)$$

$$y_{k+1}(p) = Cx_{k+1}(p) + D_0 y_k(p) + Du_{k+1}(p) \quad (2)$$

gdzie:

$0 \leq p \leq \alpha - 1 \in \mathbb{Z}_+$ – zmienna czasowa lub przestrzenna,

$k \in \mathbb{Z}_+$ – numer aktualnego pasa,

$x_k(p) \in \mathbb{R}^n$ – wektor stanu,

$y_k(p) \in \mathbb{R}^l$ – profil pasa,

$u_k(p) \in \mathbb{R}^m$ – wektor wejściowy,

A, B, B_0, C, D, D_0 – macierze o odpowiednich rozmiarach.

Warunki brzegowe i początkowe systemu powtarzalnego dane są w następującej postaci:

$$x_{k+1}(0) = d_{k+1},$$

$$y_0(p) = f(p)$$

gdzie d_{k+1} jest wektorem stałych wartości.

$$f(p) \in \mathbb{R}^l$$

Model opisujący liniowy proces powtarzalny (1)-(2) można zapisać za pomocą następujących zależności macierzowych:

$$Y_p = \Gamma_i X_p + H_i U_p,$$

$$Y_f = \Gamma_i X_f + H_i U_f,$$

$$X_f = A^i X_p + \Delta_i U_p,$$

gdzie: blokowa macierz Hankela dla sygnałów wejściowych $U_{0|2i-1}$ ma postać:

$$U_{0|2i-1} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} u_{k+1}(0) & \dots & u_{k+1}(j-1) \\ y_k(0) & \dots & y_k(j-1) \\ \dots & \dots & \dots \\ u_{k+1}(i-1) & \dots & u_{k+1}(i+j-2) \\ y_k(i-1) & \dots & y_k(i+j-2) \\ \hline u_{k+1}(i) & \dots & u_{k+1}(i+j-1) \\ y_k(i) & \dots & y_k(i+j-1) \\ u_{k+1}(j+1) & \dots & u_{k+1}(i+j) \\ y_k(i+1) & \dots & y_k(i+j) \\ \dots & \dots & \dots \\ u_{k+1}(2i-1) & \dots & u_{k+1}(2i+j-1) \\ y_k(2i-1) & \dots & y_k(2i+j-2) \end{bmatrix}$$

$$\stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} U_{0|i-1} \\ U_{i|2i-1} \end{bmatrix} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} U_p \\ U_f \end{bmatrix}$$

$$U_{0|2i-1} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} u_{k+1}(0) & \dots & u_{k+1}(j-1) \\ y_k(0) & \dots & y_k(j-1) \\ \dots & \dots & \dots \\ u_{k+1}(i-1) & \dots & u_{k+1}(i+j-2) \\ y_k(i-1) & \dots & y_k(i+j-2) \\ u_{k+1}(i) & \dots & u_{k+1}(i+j-1) \\ y_k(i) & \dots & y_k(i+j-1) \\ \hline u_{k+1}(j+1) & \dots & u_{k+1}(i+j) \\ y_k(i+1) & \dots & y_k(i+j) \\ \dots & \dots & \dots \\ u_{k+1}(2i-1) & \dots & u_{k+1}(2i+j-1) \\ y_k(2i-1) & \dots & y_k(2i+j-2) \end{bmatrix}$$

$$\stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} U_{0|i} \\ U_{i+1|2i-1} \end{bmatrix} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} U_p^+ \\ U_f^- \end{bmatrix}$$

Blokową macierz Hankela sygnałów wyjściowych $Y_{0|2i-1}$ definiuje się następująco:

$$Y_{0|2i-1} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} y_{k+1}(0) & \dots & y_{k+1}(j-1) \\ \dots & \dots & \dots \\ y_{k+1}(i-1) & \dots & y_{k+1}(i+j-2) \\ y_{k+1}(i) & \dots & y_{k+1}(i+j-1) \\ y_{k+1}(i+1) & \dots & y_{k+1}(i+j) \\ \dots & \dots & \dots \\ y_{k+1}(2i-1) & \dots & y_{k+1}(2i+j-1) \end{bmatrix}$$

$$\stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} Y_{0|i-1} \\ Y_{i|2i-1} \end{bmatrix} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} Y_p \\ Y_f \end{bmatrix}$$

$$Y_{0|2i-1} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} y_{k+1}(0) & \dots & y_{k+1}(j-1) \\ \dots & \dots & \dots \\ y_{k+1}(i-1) & \dots & y_{k+1}(i+j-2) \\ y_{k+1}(i) & \dots & y_{k+1}(i+j-1) \\ y_{k+1}(i+1) & \dots & y_{k+1}(i+j) \\ \dots & \dots & \dots \\ y_{k+1}(2i-1) & \dots & y_{k+1}(2i+j-1) \end{bmatrix}$$

$$\stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} Y_{0|i} \\ Y_{i+1|2i-1} \end{bmatrix} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} Y_p^+ \\ Y_f^- \end{bmatrix}$$

Minimalna liczba wierszy macierzy Hankela powinna być większa niż rząd systemu. Macierze blokowe Hankela W_p i W_p^+ zawierające macierze Y_p, U_p i Y_p^+, U_p^+ mają postaci:

$$W_{0|i-1} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} U_{0|i-1} \\ Y_{0|i-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_p \\ Y_p \end{bmatrix} = W_p$$

$$W_p^+ = \begin{bmatrix} U_p^+ \\ Y_p^- \end{bmatrix}$$

Macierz sekwencji stanów X_i definiuje się jako:

$$X_i \stackrel{def}{=} [x_{k+1}(i) \dots x_{k+1}(i+j-1)]$$

Ważną rolę w identyfikacji metodami podprzestrzeni odgrywają także: rozszerzona macierz obserwowalności, odwrotna rozszerzona macierz sterowalności i macierz trójkątna dolna Toeplitza [5]. Rozszerzoną macierz obserwowalności Γ_i i odwrotną rozszerzoną macierz sterowalności Δ_i definiuje się następująco:

$$\Gamma_i \stackrel{def}{=} \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \dots \\ CA^{i-1} \end{bmatrix}$$

$$\Delta_i \stackrel{def}{=} [A^{i-1}[B \ B_0] \dots A[B \ B_0][B \ B_0]]$$

Zakłada się także, że para $\{A, C\}$ jest obserwowalna, a para $\{A, [B \ B_0]\}$ jest sterowalna. Macierz trójkątną dolną Toeplitza H_i definiuje się jako:

$$H_i \stackrel{def}{=} \begin{bmatrix} [D \ D_0] & 0 & \dots & 0 \\ C[B \ B_0] & [D \ D_0] & \dots & 0 \\ CA[B \ B_0] & C[B \ B_0] & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ CA^{i-2}[B \ B_0] & CA^{i-3}[B \ B_0] & \dots & [D \ D_0] \end{bmatrix}$$

3. PROBLEM IDENTYFIKACJI

Dla danych α pomiarów sygnałów wejściowych $u_{k+1}(p)$ i sygnałów wyjściowych $y_k(p)$ i $y_{k+1}(p)$ wygenerowanych z systemu powtarzalnego (1) - (2) wyznaczyć rząd systemu i macierze A, B, B_0, C, D, D_0 z dokładnością do transformacji podobieństwa.

4. ZŁOŻONOŚĆ OBLICZENIOWA MODYFIKOWANEGO ALGORYTMU N4SID

Na złożoność algorytmu N4SID składają się równania (4)-(14):

$$T_{IDK_N4SID}(n) = T_{Hankel} + T_{ukos} + T_{SVD} + T_{obser} + T_{ster} + T_{ABCD}$$

$T_{IDK_N4SID}(n)$ – złożoność obliczeniowa modyfikowanego algorytmu N4SID

$T_{Hankel}(n)$ – złożoność obliczeniowa wyznaczania macierzy Hankela

$T_{ukos}(n)$ – złożoność obliczeniowa operacji rzutowania ukośnego

$T_{SVD}(n)$ – złożoność obliczeniowa rozkładu według wartości szczególnych

$T_{obser}(n)$ – złożoność obliczeniowa wyznaczania rozszerzonej macierzy obserwowalności

$T_{ster}(n)$ – złożoność obliczeniowa wyznaczania rozszerzonej odwrotnej macierzy sterowalności

$T_{ABCD}(n)$ – złożoność obliczeniowa wyznaczania nieznanych macierzy systemu powtarzalnego

n – ilość wykonywanych operacji

W algorytmie N4SID, sekwencja stanów X_i jest wyznaczana bez znajomości macierzy systemu nieznanego procesu powtarzalnego [6].

Algorytm ten wykorzystuje rozkład według wartości szczególnych macierzy $W_1 O_i W_2$ w celu obliczenia rzędu procesu (1)-(2)

$$W_1 O_i W_2 = [U_1 \ U_2] \begin{bmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{bmatrix} \quad (4)$$

gdzie $W_1 \in R^{l \times l}$, $W_2 \in R^{j \times j}$ są macierzami wagowymi zdefiniowanymi przez użytkownika [4].

Złożoność obliczeniowa rozkładu według wartości szczególnych jest następująca:

$$T_{SVD}(n) = (2n^3) \quad (5)$$

W celu wyznaczenia O_i wykonuje się rzutowanie ukośne przestrzeni wierszowej macierzy Y_f wzdłuż przestrzeni wierszowej macierzy W_p na przestrzeń wierszową macierzy U_f .

$$\begin{aligned} O_i &= Y_f /_{U_f} W_p \\ O_{i-1} &= Y_f^* /_{U_f^*} W_p^* \end{aligned} \quad (6)$$

Rząd procesu powtarzalnego jest równy liczbie niezerowych wartości szczególnych w macierzy S_1 .

Złożoność obliczeniowa operacji rzutowania ukośnego oraz wyznaczania macierzy Hankela jest następująca:

$$\begin{aligned} T_{Hankel}(n) &= (2 + n + (2n - 1) \\ &\quad (n^2) + (4cops \times \frac{n}{2} + 2cops \times n)) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} T_{ukos}(n) &= \left(\frac{3n}{2} + (n + 2n^2) + \right. \\ &\quad \left. \left(n^{2,81} + \frac{3n}{2} \right) n^{2,81} + (2cops \times \frac{n}{2} + 1cops \times n) \right) \end{aligned} \quad (8)$$

$2cops$ – dwie operacje kopiowania

Rozszerzone macierze obserwowalności Γ_i i Γ_{i-1} są obliczane z następujących zależności:

$$\Gamma_i = W_1^{-1} U_1 S_1^{1/2} T, \quad \Gamma_{i-1} = \Gamma_i^* \quad (9)$$

gdzie T jest opcjonalną nieosobliwą macierzą transformacji podobieństwa, a Γ_i^* oznacza macierz Γ_i bez ostatnich l wierszy.

Złożoność obliczeniowa wyznaczania rozszerzonej macierzy obserwowalności jest następująca:

$$T_{obser}(n) = \left(n^2 - \frac{1}{3}n^3 - \frac{1}{2}n^2 + \frac{5}{6}n \right) + 2n^{2,81} + 1 \quad (10)$$

Sekwencje stanów X_i i X_{i+1} wyznacza się z następujących równań:

$$X_i = \Gamma_i^\dagger O_i, \quad X_{i+1} = \Gamma_{i-1}^\dagger O_{i-1} \quad (11)$$

gdzie symbol † oznacza macierz pseudoodwrotną Moore'a-Penrose'a.

Złożoność obliczeniowa wyznaczania rozszerzonej odwrotnej macierzy sterowalności jest następująca:

$$T_{ster}(n) = \left(n^2 - \frac{1}{3}n^3 - \frac{1}{2}n^2 + \frac{5}{6}n \right) + n^{2,81} + 1 \quad (12)$$

Macierze systemu A, B, B_0, C, D, D_0 oblicza się z następującego równania:

$$\begin{bmatrix} A & [B \ B_0] \\ C & [D \ D_0] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_i \\ U_{i|i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{i+1} \\ Y_{i|i} \end{bmatrix}$$

Złożoność obliczeniowa wyznaczania nieznanych macierzy systemu powtarzalnego jest następująca:

$$T_{ABCD}(n) = \left(\left(n^2 - \frac{1}{3}n^3 - \frac{1}{2}n^2 + \frac{5}{6}n \right) + 2n + n^{2,81} + \left(4cops \times \frac{n}{4} \right) + n^{2,81} + 1 \right)$$

Złożoność obliczeniowa modyfikowanego algorytmu N4SID następująca:

$$\begin{aligned} T_{IDK_N4SID}(n) = & (2n^3) + (2 + n + \\ & (2n-1)(n^2) + (4cops \times \frac{n}{2} + 2cops \times n)) + \\ & \left(\frac{3n}{2} + (n + 2n^3) + \left(n^{2,81} + \frac{3n}{2} \right) + n^{2,81} \right. \\ & \left. + (2cops \times \frac{n}{2} + 1cops \times n) \right) + \left(n^2 - \frac{1}{3}n^3 - \frac{1}{2}n^2 + \frac{5}{6}n \right) \\ & + 2n^{2,81} + 1 + \left(n^2 - \frac{1}{3}n^3 - \frac{1}{2}n^2 + \frac{5}{6}n \right) + n^{2,81} + 1 + \\ & \left(\left(n^2 - \frac{1}{3}n^3 - \frac{1}{2}n^2 + \frac{5}{6}n \right) + 2n + n^{2,81} + \right. \\ & \left. \left(4cops \times \frac{n}{4} \right) + n^{2,81} + 1 \right) \end{aligned}$$

Złożoność obliczeniowa dla modyfikowanego algorytmu N4SID wynosi:

$$O(n) = 8,5n^3$$

5. ZŁOŻONOŚĆ OBLICZENIOWA MODYFIKOWANEGO ALGORYTMU MOESP

Na złożoność modyfikowanego algorytmu MOESP składają się równania (16)-(21):

$$T_{IDK_MOESP}(n) = T_{Hankel} + T_{ukoś} + T_{LQ} + T_{A_i C_i} + T_{B_i D_i}$$

$T_{IDK_MOESP}(n)$ – złożoność obliczeniowa modyfikowanego algorytmu MOESP

$T_{Hankel}(n)$ – złożoność obliczeniowa wyznaczania macierzy Hankela

$T_{ukoś}(n)$ – złożoność obliczeniowa operacji rzutowania ukośnego

$T_{LQ}(n)$ – złożoność obliczeniowa rozkładu LQ

$T_{A_i C_i}(n), T_{B_i D_i}(n)$ – złożoność obliczeniowa wyznaczania nieznanych macierzy systemu powtarzalnego

Algorytm MOESP wykorzystuje rozkład macierzy LQ w celu obliczenia rzędu procesu (1)-(2)

$$\begin{bmatrix} U_{pf} \\ U_p \\ U_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 & 0 \\ L_{21} & L_{22} & 0 \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{bmatrix} \quad (15)$$

Rząd procesu powtarzalnego jest równy liczbie niezerowych wartości szczególnych macierzy $[L_{32} \ Q_2]$ [2].

Złożoność obliczeniowa rozkładu LQ jest następująca:

$$T_{LQ}(n) = \left(\frac{5}{3}n^3 + \frac{1}{2}n^2 - \frac{7}{6}n \right) \quad (16)$$

Macierze A i C wyznaczono przekształcając następujące równanie:

$$\Gamma_i Y_f = \Gamma_i^\perp H_i^d U_f \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} M_1 & M_2 & \dots & M_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & L_2 & \dots & L_i \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} [D \ D_0] & 0 & \dots & 0 \\ C[B \ B_0] & [D \ D_0] & \dots & 0 \\ CA[B \ B_0] & C[B \ B_0] & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ CA^{i-2}[B \ B_0] & CA^{i-3}[B \ B_0] & \dots & [D \ D_0] \end{bmatrix} \quad (18)$$

Złożoność obliczeniowa wyznaczania nieznanych macierzy A i C systemu powtarzalnego:

$$\begin{aligned} T_{A_i C_i}(n) = & \left(\left(n^2 + \frac{1}{3}n^3 - \frac{1}{2}n^2 + \frac{5}{6}n \right) + \right. \\ & 2n^{2,81} + 1 + 2 + \frac{3n}{2} + n^{2,81} + \left(2copy \times \frac{n-1}{2} \right) + \\ & \left. \left(n^3 + \frac{1}{3}n^3 - \frac{1}{2}n^2 + \frac{5}{6}n \right) + n^{2,81} + \left(1copy \times \frac{n}{2} \right) \right) \end{aligned} \quad (19)$$

Macierze B, B_0, D, D_0 wyznaczono przekształcając następujące równanie:

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \vdots \\ M_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 & L_i \\ L_i & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_l & 0 \\ 0 & \Gamma_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D \ D_0 \\ B \ B_0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

Złożoność obliczeniowa wyznaczania nieznanych macierzy B, B_0, D, D_0 systemu powtarzalnego:

$$\begin{aligned} T_{B_i D_i}(n) = & \left(\left(n^3 + \frac{1}{3}n^3 - \frac{1}{2}n^2 + \frac{5}{6}n \right) + \right. \\ & 4n^{2,81} + 1 + 2n + \frac{3n}{2} + (1copy \times n) \\ & \left. + \left(n^3 + \frac{1}{3}n^3 - \frac{1}{2}n^2 + \frac{5}{6}n \right) + (2copy \times \frac{n}{2}) \right) \end{aligned} \quad (21)$$

Złożoność obliczeniowa dla zmodyfikowanego algorytmu MOESP wynosi:

$$O(n) = 11,5n^3$$

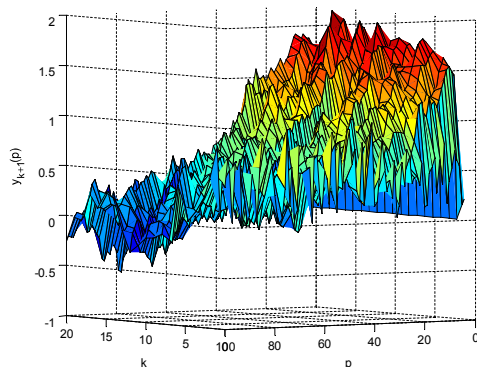
6. SYMULACJA

Zbiór danych do wyznaczenia empirycznej złożoności obliczeniowej pozyskano z przykładowego dyskretnego liniowego systemu powtarzalnego czwartego rzędu określonego przez następujące macierze:

$$A = \begin{bmatrix} 1.5164 & -0.7549 & 0.1245 & -0.0008 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

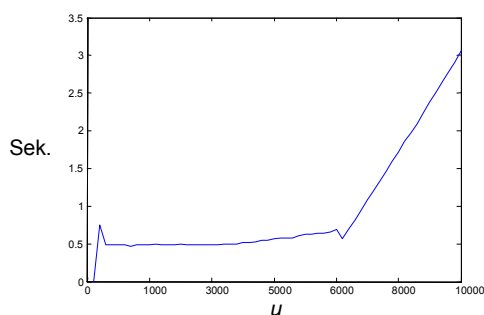
$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad B_0 = \begin{bmatrix} -0,57138 \\ -0,14177 \\ -0,45273 \\ -0,25848 \end{bmatrix} \quad D_0 = [0.2] \quad D = [0] \quad C = [0.0483 \quad 0.0729 \quad -0.0001]$$

Do identyfikacji wybrano dane z dwóch kolejnych pasów i zastosowano algorytm N4SID oraz algorytm identyfikacji metodą predykcji błędu znajdujący się w toolboxie matlaba [6], przyjęto następujący warunek brzegowy $y_0(p)=0$ dla $p=1,\dots,100$ oraz warunek początkowy $x_{k+1}(0), k=1,\dots,20$ zdefiniowany jako wartość pseudolosowa o rozkładzie równomiernym na przedziale $[0,2.5]$. Sygnał wejściowy liniowego systemu powtarzalnego jest sekwencją sygnałów pseudolosowych o rozkładzie równomiernym na przedziale $[0,1]$. Na rys. 3 przedstawiono odpowiedź zidentyfikowanego systemu powtarzalnego na zadany sygnał wejściowy $u_{k+1}(p)$.

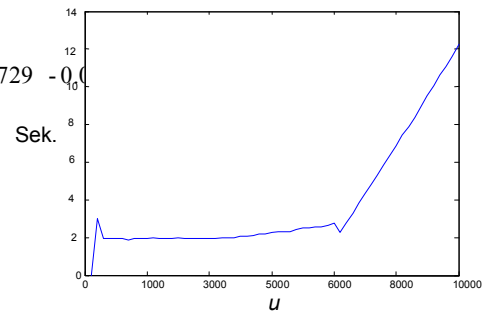


Rys. 3. Odpowiedź zidentyfikowanego systemu powtarzalnego na zadany sygnał wejściowy $u_{k+1}(p)$.

Na komputerze z procesorem Genuine Intel® CPU T2300 @ 1,66GHz, 512 MB RAM algorytm podprzestrzeni dla sygnału zadanego $u_{k+1}(p)=1000$ potrzebował 180 msec w celu identyfikacji nieznanego procesu powtarzalnego, podczas gdy algorytm błędu predykcji potrzebował 14,488 sek. Sygnał wejściowy zmieniał się w zakresie $u_{k+1}(p)=100\dots10000$ (wydłużano długość pasa) i dokonywano pomiaru czasu w jakim wykonuje się modyfikowany algorytm N4SID rys.4 oraz modyfikowany algorytm MOESP rys.5.



Rys.4. Wykres empirycznej złożoności obliczeniowej dla modyfikowanego algorytmu N4SID.



Rys.5. Wykres empirycznej złożoności obliczeniowej dla modyfikowanego algorytmu MOESP.

7. WNIOSKI

Złożoność obliczeniowa zaproponowanych modyfikacji algorytmów identyfikacji systemów powtarzalnych opierających się na technikach identyfikacji metodami podprzestrzeni wykorzystuje do obliczeń macierzy nieznanego systemu i rzędu systemu powtarzalnego obliczenia w oparciu o sekwencję sygnałów wejściowych $u_{k+1}(p)$ i wyjściowych $y_{k+1}(p)$ z bieżącego pasa i sekwencję sygnałów wyjściowych $y_k(p)$ z poprzedniego pasa. Złożoność obliczeniowa algorytmu N4SID jest mniejsza niż algorytmu MOESP. Metody podprzestrzeni identyfikują przykładowy proces powtarzalny około 1000 razy szybciej niż metody błędu predykcji. Obliczenia złożoności algorytmów mogą być użyteczne w wyborze szybkiego i wykorzystującego mniejsze zasoby algorytmu dla stacjonarnych liniowych procesów powtarzalnych, ale także dla procesów z wolno ewoluującą dynamiką lub procesów, których dynamika zmienia się skokowo z pasa na pas.

LITERATURA

- [1] E. Rogers, K. Galkowski, D. H. Owens: Control Systems Theory and Applications for Linear Repetitive Processes, Springer, 2007.
- [2] T. Katayama: Subspace methods for system identification, Springer, 2008.
- [3] A. Chiuso, G. Picci, Some algorithmic aspects of subspace identification with inputs, Int. J. Appl. Math. Comp. Sci., 2001, Vol. 11, No. 1, 55-75, 2001.
- [4] P. Van Overschee, B. De Moor: Subspace Identification for Linear Systems: Theory, Implementation, Applications. Kluwer Academic Publishers, Belgium, 1996.
- [5] M. Brand: Subspace mappings for image sequences, MERL, Massachusetts, 2008.
- [6] L. Ljung, System Identification: Theory for the User (2nd ed.), Prentice Hall, 1999

mgr inż. Dominik Kujawa
Autor jest doktorantem na
Wydziale Elektrotechniki,
Informatyki i Telekomunikacji
Uniwersytetu Zielonogórskiego.

e-mail:
administratork@zsoi.nazwa.pl

